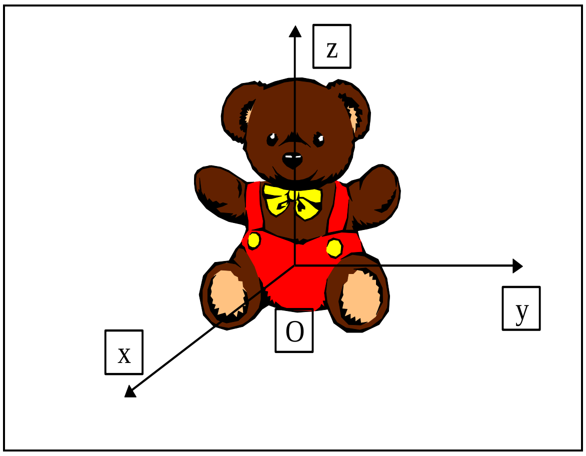
# Produit vectoriel




## Orientation

Soient $\vec{i}\,,\ \vec{j}\ et\ \vec{k}$ des vecteurs directeurs de (Ox), (Oy) et (Oz). La base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est dite *directe* si le bras gauche d'un observateur debout sur [Oz) les pieds au niveau de O et regardant dans la direction de [Ox) se trouve dans le même demi-espace de frontière (xOz) que [Oy). Elle est dite *indirecte* sinon. Si $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est directe, il en est de même des bases obtenues par permutation circulaire de $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Par contre, les bases obtenues par transposition de $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ sont indirectes.

$\vec{u}\wedge\vec{v}$ est le vecteur orthogonal à la fois à $\vec{u}$ et à $\vec{v}$, de norme $\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\sin(\vec{u},\vec{v})$, tel que la base $(\vec{u},\vec{v},\vec{u}\wedge\vec{v})$ soit directe. $\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|$ mesure l'aire du parallélogramme engendré par $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

## Propriétés

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\vec{0}\Leftrightarrow \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ colinéaires}$$

$$\vec{v}\wedge\vec{u}=-\vec{u}\wedge\vec{v}\quad (\textit{antisymétrie})$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}\wedge(\lambda_1\vec{v}_1+\lambda_2\vec{v}_2)=\lambda_1(\vec{u}\wedge\vec{v}_1)+\lambda_2(\vec{u}\wedge\vec{v}_2)\\(\lambda_1\vec{u}_1+\lambda_2\vec{u}_2)\wedge\vec{v}=\lambda_1(\vec{u}_1\wedge\vec{v})+\lambda_2(\vec{u}_2\wedge\vec{v})\end{array}\right.\quad (\lambda_1,\lambda_2)\in R^2\quad (\textit{bilinéarité})$$

## Coordonnées du produit vectoriel *(dans une base orthonormée directe $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$)*

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} et\ \vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$.

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\x&y&z\\x'&y'&z'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}y&z\\y'&z'\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}x&z\\x'&z'\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}x&y\\x'&y'\end{vmatrix}\vec{k}=(yz'-zy')\vec{i}-(xz'-zx')\vec{j}+(xy'-yx')\vec{k}$$

## Distance d'un point M à une droite D de l'espace passant par A de vecteur directeur $\vec{u}$ :

$$d(M,D)=\frac{\left\|\overrightarrow{AM}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$$

## Produit mixte

$\boxed{[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]=(\vec{u}\wedge\vec{v}).\vec{w}=\vec{u}.(\vec{v}\wedge\vec{w})}$. Le produit mixte est invariant par permutation circulaire; il change de signe par transposition. Lorsque le produit mixte est strictement négatif, la base formée par les 3 vecteurs est indirecte. Elle est directe si le produit mixte est strictement positif. Enfin, lorsque le produit mixte est nul, les 3 vecteurs sont coplanaires. La valeur absolue du produit mixte mesure le volume du parallélépipède engendré par les 3 vecteurs.